Operaciones geométricas básicas

Punto

- Punto: posición en el plano (2D) o espacio (3D) definido por las coordenadas respecto del origen de coordenadas
  - $P_i = (x_i,y_i)$
  - $P_i = (x_i,y_i,z_i)$

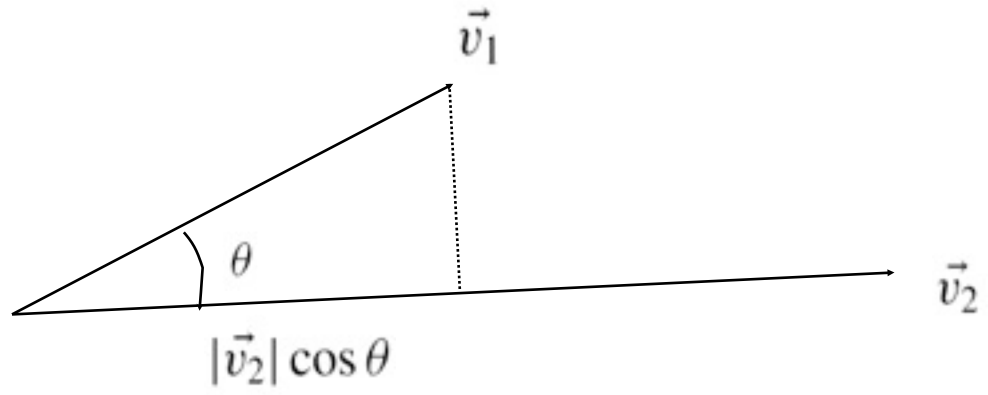
Vectores

- Dirección y magnitud.
- N-dimensional : $\vec{v} = [v_1, v_2, \ldots, v_n]^T$
- Vector entre 2 puntos: $\vec{v} = P_2 - P_1 = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$
- Norma del vector: $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$
- Dirección del vector: $\cos\alpha = v_x / |\vec{v}|$

  $\cos\beta = v_y / |\vec{v}|$

Producto escalar

- Coordenadas $$\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = v_{1x} v_{2x} + v_{1y} v_{2y}$$
- Normas y ángulos $$\vec{v_1} \cdot \vec{v_2} = |\vec{v_1}||\vec{v_2}| \cos\theta$$
- Interpretación gráfica



Producto vectorial

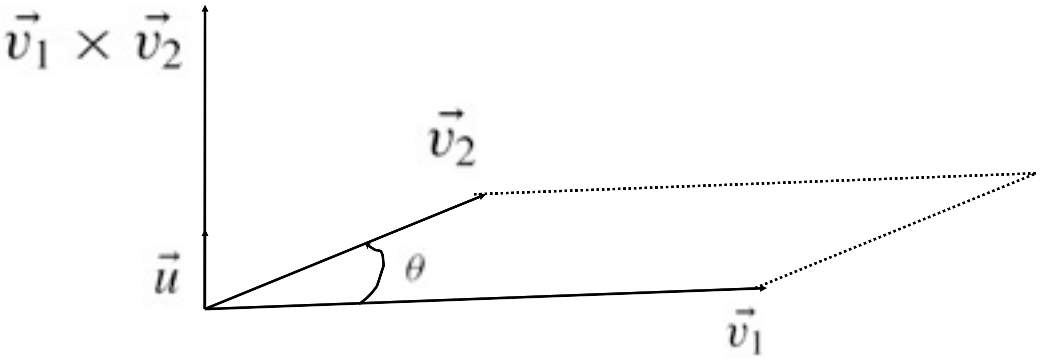
- Coordenadas

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_{1x} & v_{1y} & v_{1z} \\ v_{2x} & v_{2y} & v_{2z} \end{vmatrix}$$

- Normas y ángulos

$$\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \vec{u}|\vec{v}_1||\vec{v}_2|\sin\theta$$

- Interpretación gráfica



Consideraciones

- Producto escalar conmutativo
- Producto vectorial no conmutativo: depende del sentido del ángulo que va del primer vector al segundo.

Recta

- Ecuación paramétrica:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + t\vec{d}$$

siendo $\vec{v}_0$ el vector definido por un punto de la recta y el $\vec{d}$ vector director de la misma

Segmento

- Dados los puntos P_1 y P_2, la ecuación paramétrica que define el segmento que va del primero al segundo es

$$t P_2 + (1 - t) P_1 \qquad (t \in \Re, 0 \leq t \leq 1)$$

Polígono

- Lista ordenada de puntos que definen sus vértices
- Propiedades de un polígono simple:
  - Todos los vértices pertenecen a un mismo plano
  - No existen otras intersecciones entre lados distintas de los vértices
  - Cada vértice es compartido sólo por 2 lados

Intersección de rectas (1)

- A partir de la ecuación paramétrica

$$\vec{v} = \vec{v_0} + t\vec{d}$$

se puede obtener la ecuación implícita

$$ax+by+c = 0$$

donde (a,b,c) son los coeficientes de la recta r y (x,y) los puntos del plano por los que pasa r

Intersección de rectas (2)

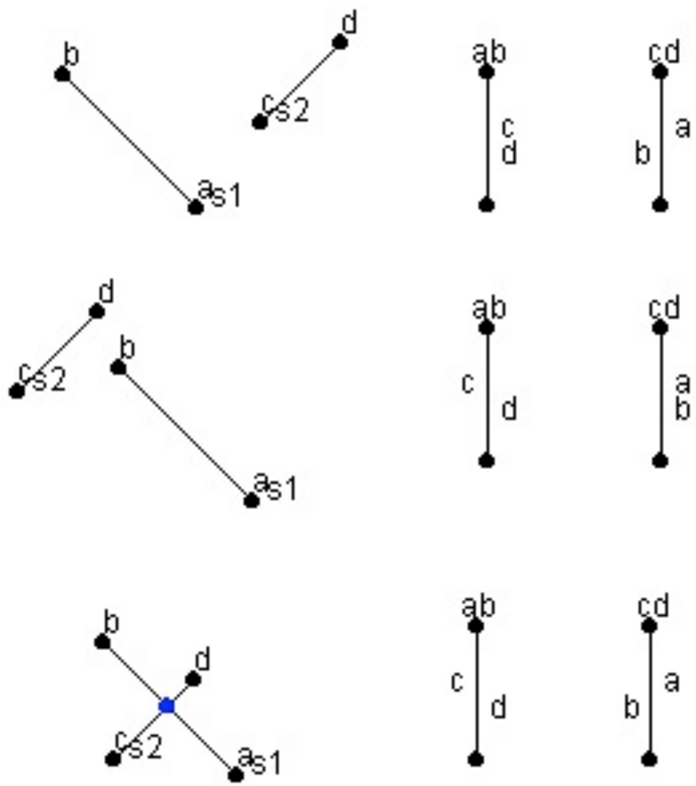
- Debe resolverse el sistema de ecuaciones

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

  - Si el sistema tiene una única solución: el resultado de la intersección es un punto
  - Infinitas soluciones: l1 y l2 son la misma recta
  - Sin solución: l1 y l2 son paralelas

Intersección booleana de seg.

Dos segmentos intersectan dependiendo de la orientación de los puntos origen y final de uno de ellos respecto del otro

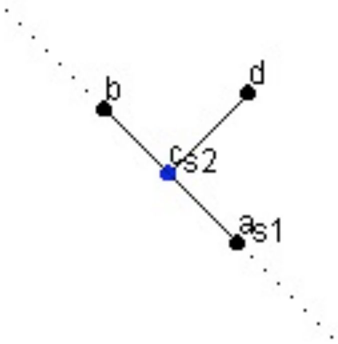


Intersección propia booleana

```
Bool IntersectProp (Point a, b, c, d)
    Si ( Colineal(a,b,c) ó Colineal(a,b,d) ó
         Colineal(c,d,a) ó Colineal(c,d,b))
       devolver FALSE;
   sino devolver
      ( Xor(Left(a,b,c),Left(a,b,d) &&
        Xor(Left(c,d,a),Left(c,d,b));
```

Caso degenerado

```
Bool Intersect (Point a, b, c, d)
   si (IntersectProp(a,b,c,d)
       devolver TRUE
   sino si
     ( Entre(a,b,c) || Entre(a,b,d) ||
       Entre(c,d,a) || Entre(c,d,b))
       devolver TRUE
   sino devolver FALSE
```



¿Cómo implementar las clases Java?

- Clases: Point2D, Line2D, Segment2D
- Métodos
  - equals(): utilizar un epsilon para comparar números doubles
  - hashCode(): http://www.ibm.com/developerworks/java/library/j-jtp05273.html
  - intersect() -> devuelve booleano
  - intersectPoint() -> devuelve un Point2D ¿o null? ¿Usamos excepciones?

Cambio de coordenadas

- Es fácil cambiar de coordenadas de pantalla a coordenadas cartesianas
  - 1. Cambiando el signo de la coordenada y es como si trabajáramos en el cuadrante inferior derecho de un sistema de coordenadas cartesiano

```
xCartesiana = xPantalla
yCartesiana = -yPantalla
```

  - 2. Todas las operaciones se hacen en coordenadas cartesianas
  - 3. Al pintar en pantalla se debe cambiar de nuevo el signo de la coordenada y