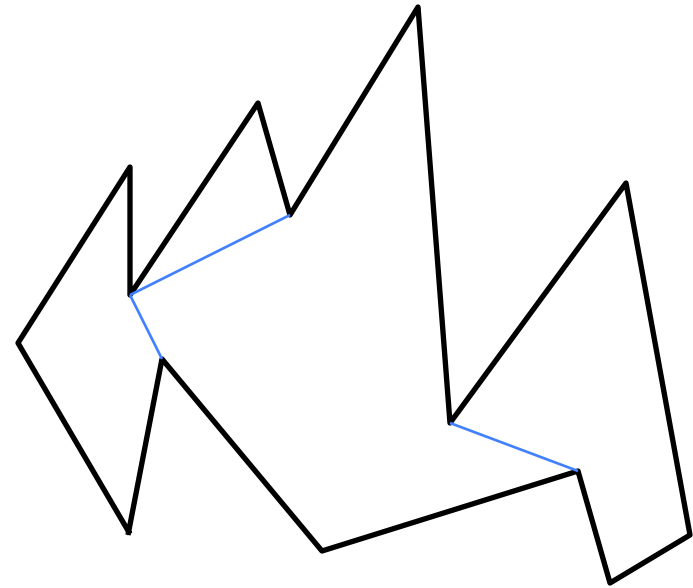
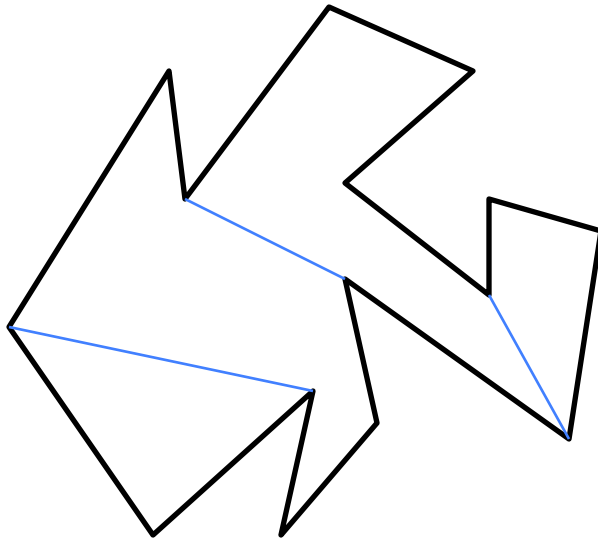
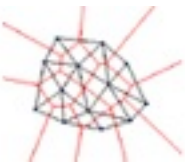
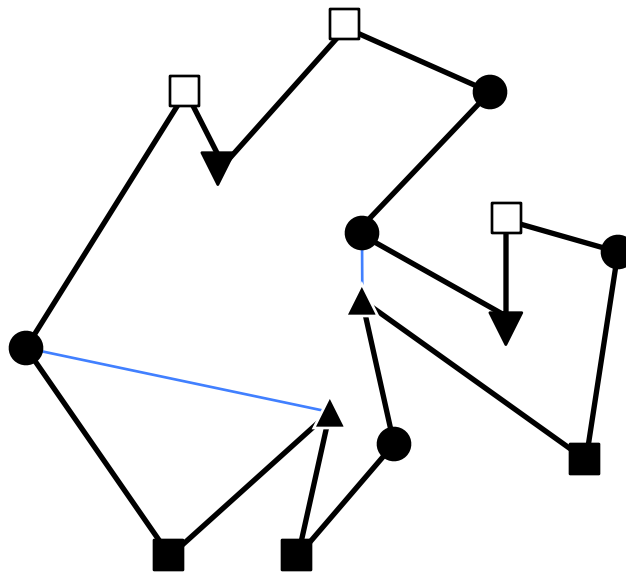
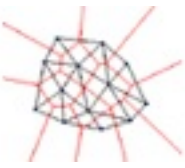


Descomposición en polígonos monótonos

Ejemplos

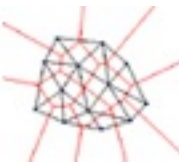


Tipos de vértices



- Vértice comienzo
- Vértice normal
- Vértice final
- ▲ Pico hacia arriba
- ▼ Pico hacia abajo

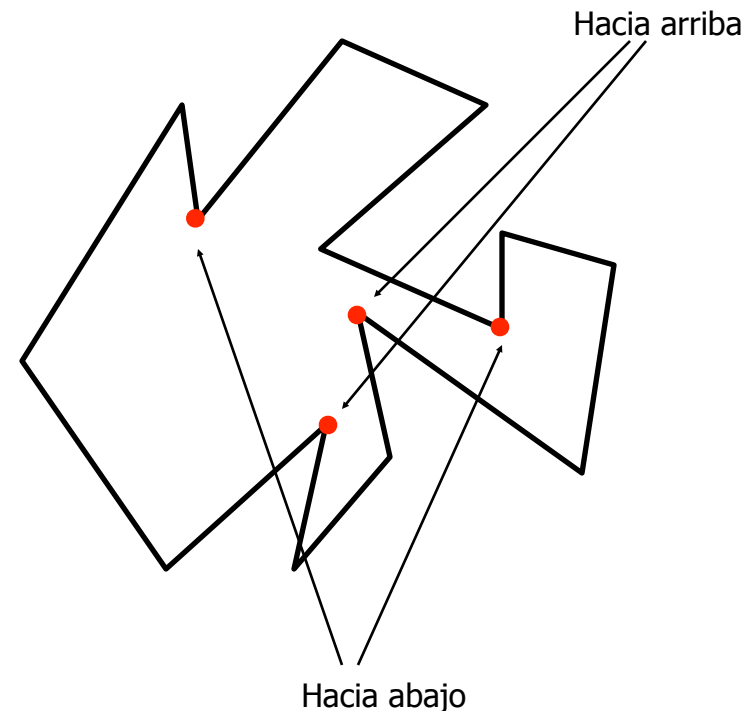
Picos interiores



Denominamos pico interior a un vértice cóncavo (el ángulo interior es $> \pi$) cuyos vértices adyacentes están ambos por encima o por debajo de él.

Diferenciamos los picos hacia arriba y picos hacia abajo.

Teorema: Un polígono es monótono con respecto a la vertical si y sólo si no tiene picos.

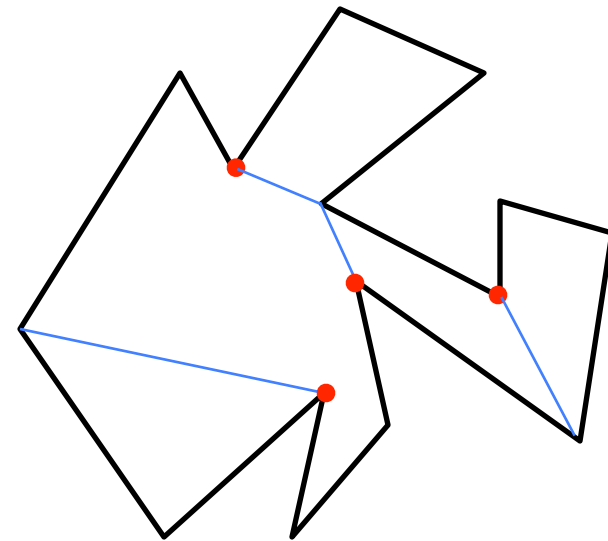
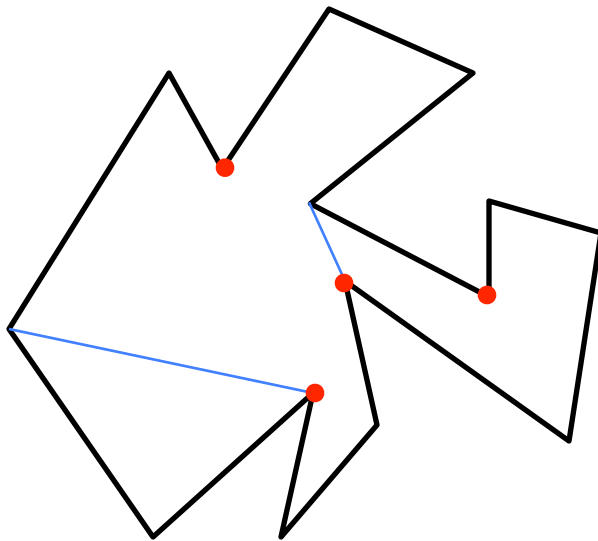
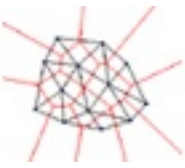


Planteamiento del algoritmo

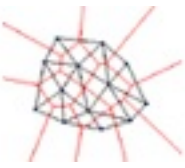


- El algoritmo de descomposición en polígonos monótonos se basa en la última propiedad vista: detectamos los picos y los eliminamos. Se realiza de una pasada en un barrido de arriba abajo.
- Caso 1: los picos hacia arriba se eliminan conectándolos con una diagonal a un vértice ya visitado.
- Caso 2: los picos hacia abajo se eliminan conectándolos a un vértice a visitar

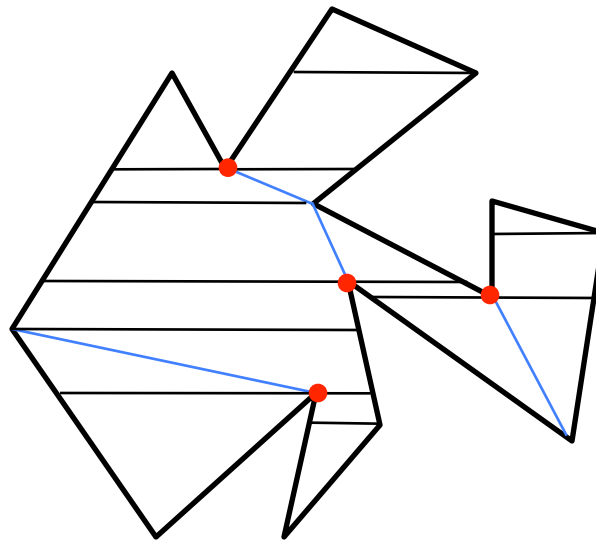
Ejemplo



Trapezoides



- Problema principal: ¿con qué vértice conectar el pico hacia arriba o hacia abajo?

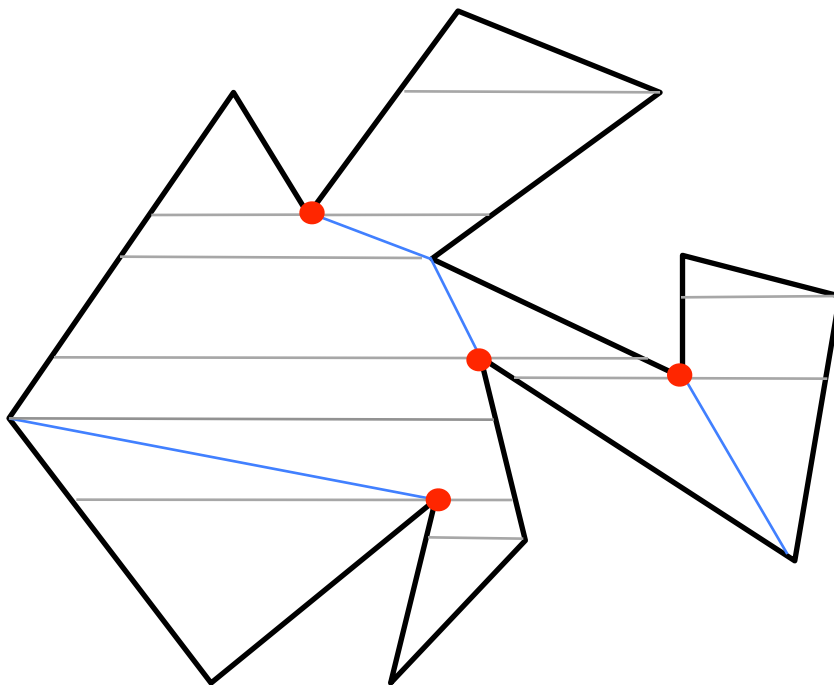


Algoritmo de barrido

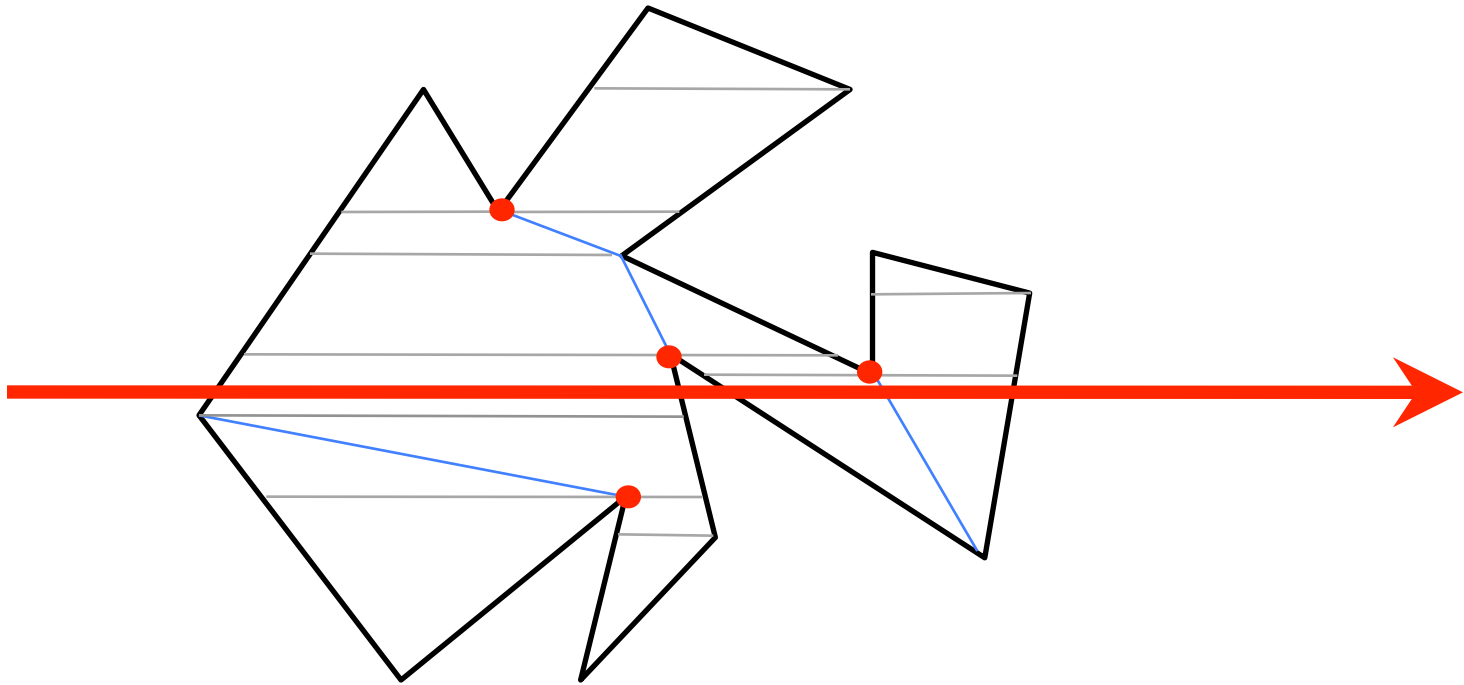
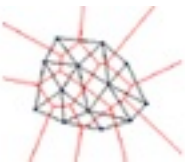


- Objetivo: encontrar el vértice con el que conectar cada uno de los picos (dibujar las diagonales de separación)
- Estado = lados exteriores de los trapezoides con los que intersecta la línea de barrido + vértice superior de cada trapezoide
- Puntos eventos = vértices ordenados por coordenada y

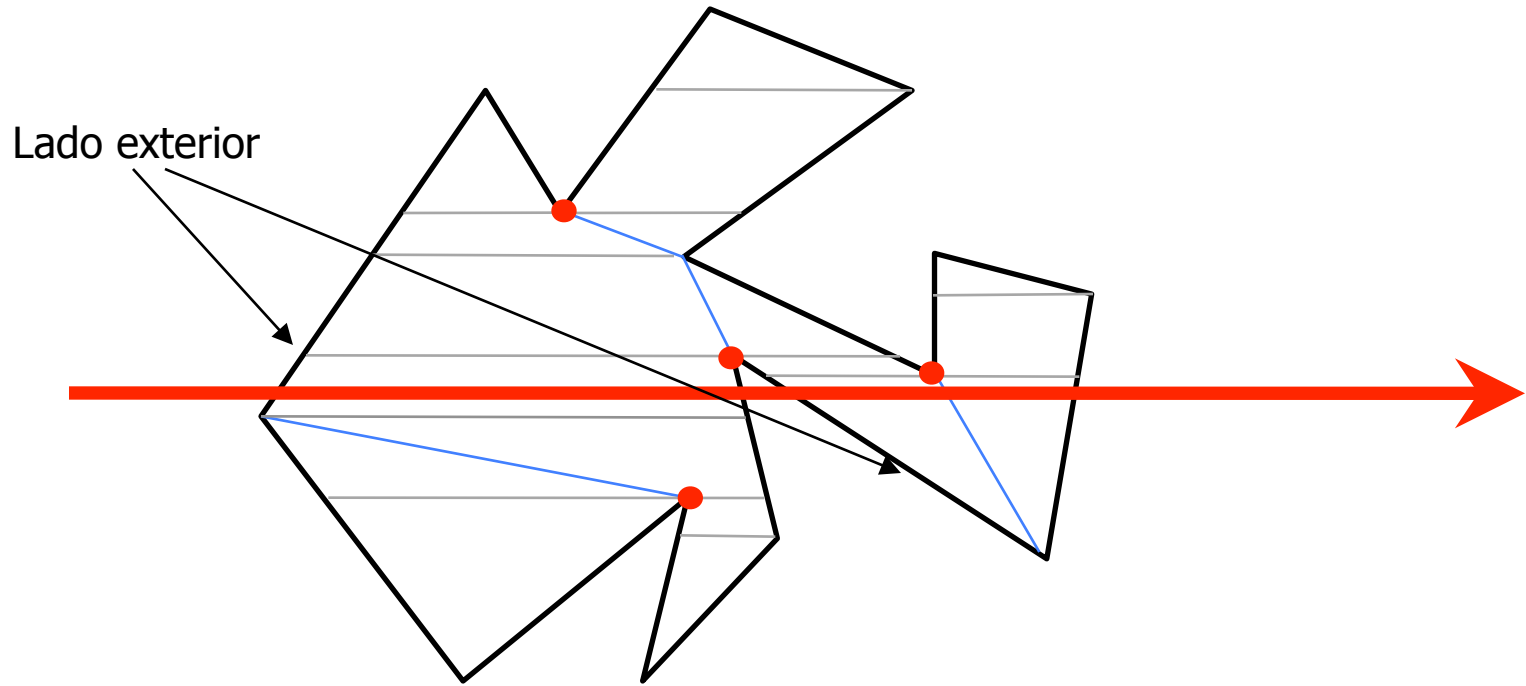
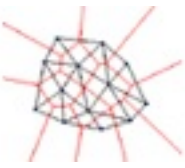
Estado



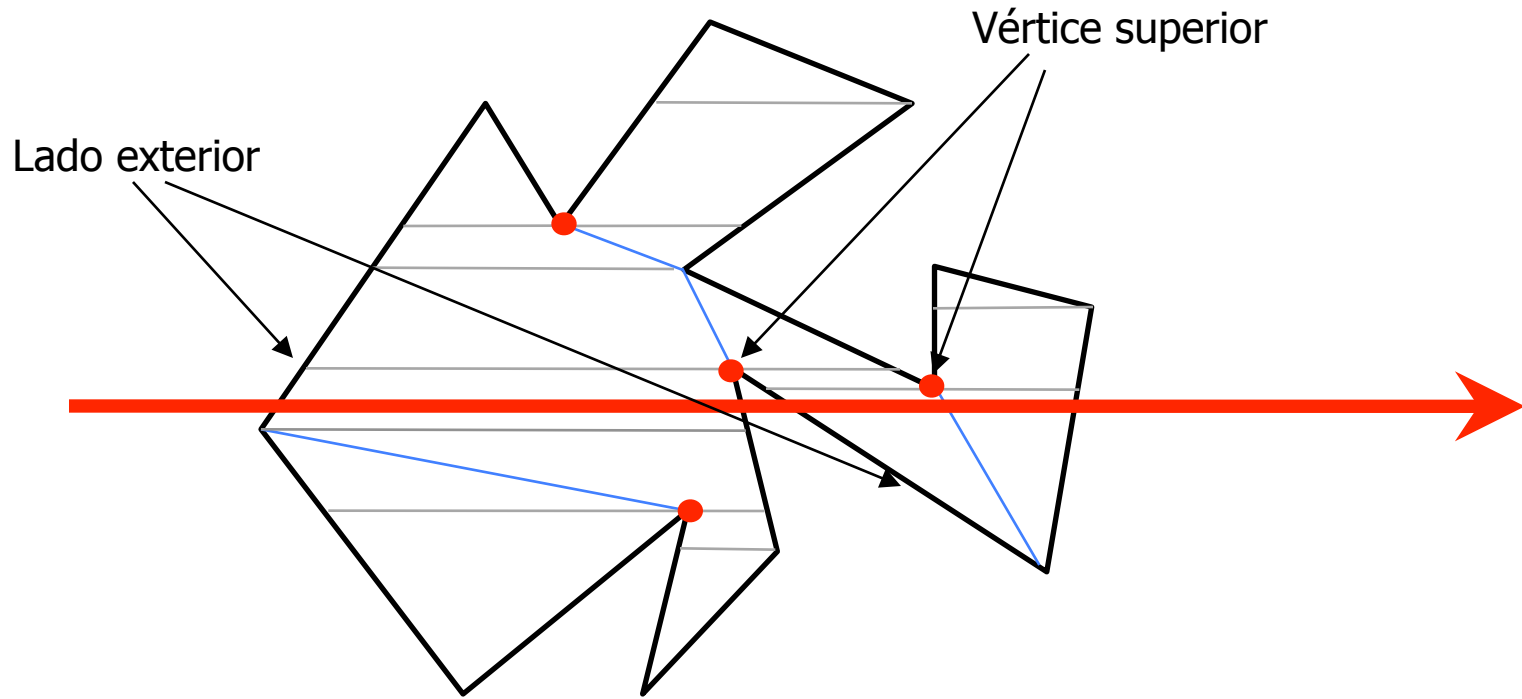
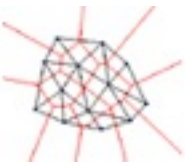
Estado



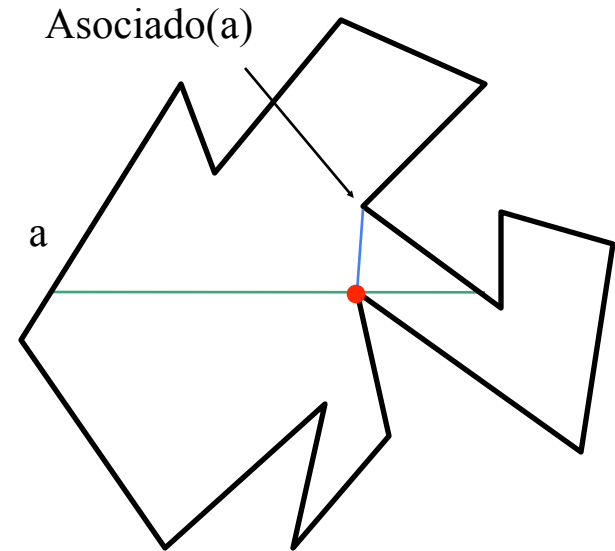
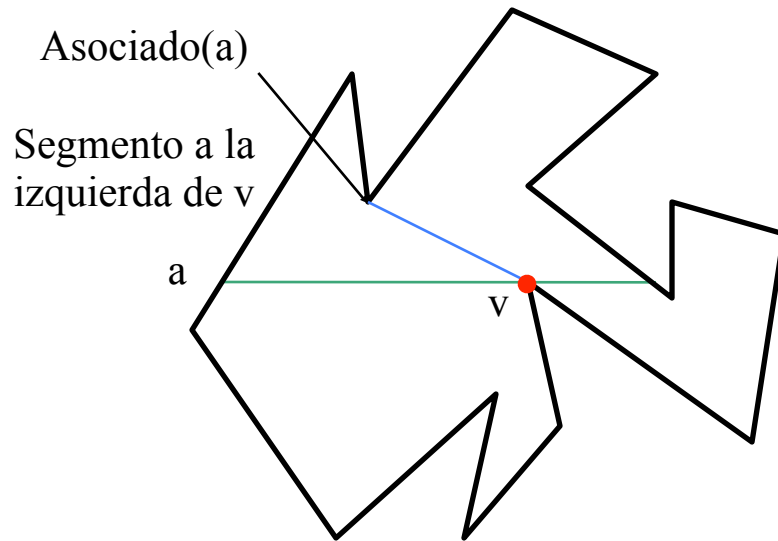
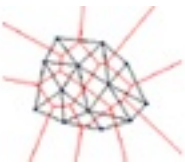
Estado



Estado



Vértice asociado



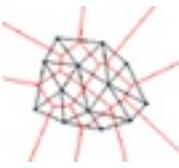
- Denominamos en el algoritmo vértice asociado a un lado a al vértice superior del trapezoide por el que pasa en ese momento la línea de barrido.
- Es el primer vértice sobre la línea de barrido tal que el segmento horizontal que une ese vértice con a está totalmente dentro del polígono. Este vértice puede incluso ser el punto superior de a .

Variables del algoritmo



- V_i = vértice actual
- A_i = arista que sale del vértice actual
- A_{i-1} = arista que llega al vértice actual
- `ladosExteriores` = (estado de la línea de barrido)
lista de lados que la línea de barrido intersecta
desde fuera del polígono

Algoritmo principal



HacerMonótono(P)

1. Ordenar los vértices de arriba abajo
2. ladosExteriores = \emptyset
3. Mientras que queden vértices por tratar
4. Sea v_i el vértice con mayor coordenada y
5. Tratar v_i según el tipo de vértice

Manejo de vértices (1)



ManejarVérticeComienzo(v_i)

1. Sea a_i el lado que sale de v_i
2. Insertar a_i en ladosExteriores
3. asociado(a_i) := v_i

ManejarVérticeFinal(v_i)

1. Sea a_{i-1} el lado que llega a v_i
2. Si asociado(a_{i-1}) es un pico hacia abajo
3. Añadir la diagonal $\langle v_i, \text{asociado}(a_{i-1}) \rangle$
4. Borrar a_{i-1} de ladosExteriores

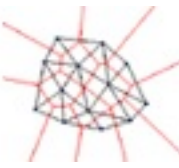
Manejo de vértices (2)



ManejarPicoHaciaArriba(v_i)

1. Buscar en ladosExteriores el lado a_k a la izquierda de v_i
2. Añadir la diagonal $\langle v_i, \text{asociado}(a_k) \rangle$
3. $\text{asociado}(a_k) := v_i$
4. Sea a_i el lado que sale de v_i
5. Insertar a_i en ladosExteriores; $\text{asociado}(a_i) := v_i$

Manejo de vértices (3)



ManejarPicoHaciaAbajo(v_i)

1. Si asociado(a_{i-1}) es un pico hacia abajo
2. Añadir la diagonal $\langle \text{asociado}(a_{i-1}), v_i \rangle$
3. Borrar a_{i-1} de ladosExteriores
4. Buscar en ladosExteriores el lado a_k a la izquierda de v_i
5. Si asociado(a_k) es un pico hacia abajo
6. Añadir la diagonal $\langle \text{asociado}(a_k), v_i \rangle$
7. Asociado(a_k) := v_i

Manejo de vértices (4)



ManejarVérticeNormal(v_i)

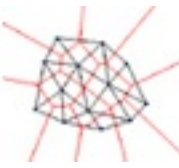
1. Si el interior del polígono está a la derecha de v_i
2. Si asociado(a_{i-1}) es un pico hacia abajo
3. Añadir la diagonal $\langle \text{asociado}(a_{i-1}), v_i \rangle$
4. Borrar a_{i-1} de ladosExteriores
5. Insertar a_i en ladosExteriores
3. asociado(a_i) := v_i
4. Sino buscar en ladosExteriores el lado a_k a la izquierda de v_i
5. Si asociado(a_k) es un pico hacia abajo
6. Añadir la diagonal $\langle \text{asociado}(a_k), v_i \rangle$
7. asociado(a_k) := v_i

Coste



- Manejar cada evento cuesta $O(\log n)$ si se utiliza una estructura de datos apropiada, como un árbol binario
- Coste total $O(n \log n)$

Partición



- La partición del polígono es inmediata si se ha utilizado una DCEL
- Recorrer la lista de caras